

Aufgabenangebot „Geometrische Sterne“

Die hier vorgestellten Angebote betrachten verschiedene Aspekte im Themenfeld „Geometrische Sterne“. Dabei werden Sternfiguren durch Falten, durch Legen sowie durch Zeichnen in eine Zeichenuhr realisiert. Die Unterscheidung in die Sterntypen Faltschnitt-Stern, Rautenstern und Diagonalstern dient hier der Systematik. Für die Umsetzung reicht es aus, diese Begriffe ganzheitlich zu verwenden.

Zur Klärung der für die Kinder wichtigen Begriffe *Stern*, *Zacke*, *Falten*, *Falz*, *Symmetrieachse*, *Raute*, *Rautenstern*, *Stockwerk*, *Kante* sollten die Angebote 1 (*Faltschnitt-Stern*) und 2 (*Rautenstern*) den anderen voran gestellt werden. Dabei kann die angeleitete Realisierung eines Faltschnitt- und eines Rautensterns unterstützend wirken. Alle weiteren Angebote können individuell oder in Gruppen bearbeitet werden. Durch Reflexion der Angebote im Plenum können weiterführend Zusammenhänge zwischen den einzelnen Sterntypen aufgedeckt werden.

Angebot 1: Faltschnitt-Stern

Seite 4

Die Kinder erkennen, dass die Anzahl der *Symmetrieachsen* der Anzahl der *Zacken* des betrachteten Sterns entspricht. Sie erfahren, dass jede Faltung zu einer Verdopplung der Zackenanzahl des zugehörigen Sterns führt. Dabei müssen sie zwischen *Falten* und *Falz* unterscheiden. Letztere entspricht der Realisierung einer Symmetrieachse des zugehörigen Sterns.

Angebot 2: Rautenstern

Seite 5

Die Kinder realisieren einen *Rautenstern* unter Anwendung der in Angebot 1 eingeführten Faltechnik. Hierbei wird eine Faltvorlage verwendet, auf der Linien für den Schnitt vorgegeben sind. Die Kinder finden heraus: (a) der realisierte (Rauten)Stern besteht aus drei *Stockwerken* sowie (b) zum Bau jedes dieser Stockwerke werden 8 Vierecke gleicher Form verwendet.

Es ist aufgrund der Realisierungsart nicht sinnvoll, auf die Eigenschaften der ausgeschnittenen Vierecke einzugehen. Dennoch sollte an dieser Stelle der Begriff *Raute* eingeführt werden. Dazu kann der Rautenstern mit Hilfe der „Rautensternvorlage für die Tafel“ an der Tafel nachgebaut werden. Gemeinsam werden nun die Eigenschaften der Raute erarbeitet: (a) eine Raute ist ein Viereck sowie (b) bei einer Raute sind alle Seiten gleich lang. Da die Kinder nun alle verwendeten Vierecke als Rauten identifizieren können, kann abschließend die an der Tafel und die von den Kindern realisierte Figur als Rautenstern bezeichnet werden. In diesem Zusammenhang finden die Kinder heraus: die Seiten aller Rauten eines Rautensterns sind gleich lang. Somit können alle Rautenformen eines Rautensterns „*Kante an Kante*“ aneinandergesetzt werden.

Angebot 3: Faltschnitt Polygonpapier

Seite 7

Die Kinder lernen eine verallgemeinerte Variante der Faltechnik aus Angebot 1 kennen. Das verwendete Polygonpapier (regelmäßiges Sechs- bzw. Siebeneck) wird dabei zur Herstellung von Sternen unterschiedlicher Zackenanzahl (6-Zack, 7-Zack) genutzt. Die Kinder wenden die Erkenntnisse aus Angebot 1 an, um auch Sterne mit 3, 12 und 14 Zacken herzustellen. Zur Herstellung eines Sterns mit 5 bzw. 10 Zacken wird eine Origami-Faltanleitung angeboten,

bei der zunächst aus dem quadratischen Origamipapier ein regelmäßiges 5-Eck-Papier hergestellt wird.

Angebot 4: Rautenstern digital (mit App Pattern Shapes)

Seite 8

Angebot 4 realisiert die in Angebot 2 hergestellten Rautensterne mit digitalen Legeformen innerhalb der App Pattern Shapes. Die Kinder bauen zunächst das jeweils erste Stockwerk der Rautensterne mit 4, 6 bzw. 12 Zacken. Dabei ist zu beachten, dass der Rautenstern mit 4 Zacken entartet ist. Hier gibt es nur ein Stockwerk quadratischer Form (bestehend aus 4 Rauten). Anschließend sollen die Kinder weitere Stockwerke des Rautensterns mit 12 Zacken finden (insgesamt 5 Stockwerke). Sie stellen fest, dass die Anzahl der (Außen)Seiten des Rautensterns in jedem Stockwerk gleich ist (zumindest bis zum 4. Stockwerk). In einer gemeinsamen Reflexion kann nun festgestellt werden, dass der Umfang eines Rautensterns bezogen auf jedes Stockwerk gleich groß ist, dass sich der Flächeninhalt des Rautensterns bezogen auf die Stockwerke jedoch vergrößert – es kommen neue Flächenstücke hinzu.

In der Herausforderung werden die Kinder dazu aufgefordert, Teilfiguren in den einzelnen Stockwerken des Rautensterns zu suchen. Als Hinweis sehen die Kinder auf dem Forschungsblatt einen Rautenstern mit 6 Zacken, in dessen ersten Stockwerk zwei Dreiecke markiert sind (grün und rot). In einer möglichen Reflexion im Plenum kann hier ein Zusammenhang zwischen Rautensternen und Diagonalsternen hergestellt werden.

Angebot 5: Rautenstern analog (mit Legeformen aus dem 3D-Druck)

Seite 9

Angebot 5 realisiert die in Angebot 2 hergestellten Rautensterne mit analogen Legeformen. Die Kinder müssen je nach Set herausfinden, wie viele Zacken der zu legende Rautenstern besitzt. Die Erkenntnisse aus Angebot 2 (insb. Anzahl der Rauten pro Stockwerk) können dabei zielführend genutzt werden, wenn die Rauten zunächst nach ihrer Form sortiert werden. Die Kinder haben auch die Möglichkeit, diese Erkenntnisse auf die symbolische Ebene zu transferieren, um damit (ohne Zählen) herauszufinden, aus wie vielen Rauten der final gelegte Stern besteht.

Hinweise zum 3D-Druck: Es bietet sich an, die einzelnen Rauten-Sets in unterschiedlichen Farben auszudrucken, da die Rauten der einzelnen Sets zum Teil fast gleiche Innenwinkel besitzen und damit die Verwechslungsgefahr groß ist. Die Rauten sollten 1:1 ausgedruckt werden, sie haben eine Seitenlänge von 25 mm. Die bereitgestellten stl-Dateien können in gängige 3D-Drucksoftware (z.B. Bambu Studio) importiert, dort gesliced und anschließend mit dem 3D-Drucker ausgedruckt werden. Jede Vorlage besteht dabei aus je einer Raute pro Stockwerk, d.h. je nach Zackenanzahl n muss jedes Set n -mal ausgedruckt werden.

Angebot 6: Rautenstern kreativ

Seite 10

Gegenüber Angebot 2 können die Kinder hier einen Rautenstern mit 8 Zacken zeichnerisch erzeugen. Das Falten aus Angebot 2 wird hier zum konstruktiven Achsenspiegeln mit Zirkel und Lineal. Der fertige Rautenstern wird von den Kindern farblich gestaltet und das entstehende Muster beschrieben. Im Plenum können die entstandenen Produkte dahingehend untersucht werden, wie sich die Farbgestaltung auf die Symmetrie des Rautensterns auswirkt.

Angebot 7: Diagonalstern digital (mit App Geoboard)**Seite 11**

In Angebot 7 spannen die Kinder Diagonalsterne auf einem kreisrunden virtuellen Geobrett. Sie erkunden zunächst, welche regelmäßigen Vielecke gespannt werden können. Aus diesen Grundfiguren setzen die Kinder dann in einer weiteren Aufgabe Diagonalsterne zusammen. Gleiche Vielecke werden dazu übereinander gespannt. Ist den Kindern der Abzählalgorithmus zum Zeichnen von Diagonalsternen aus Angebot 8 vertraut, dann können sie dieses Wissen für die in Angebot 7 gestellten Herausforderung produktiv nutzen. Die technische Hürde – das Spannen des Ringgummis auf dem Geobrett – bleibt jedoch eine motivierende Herausforderung.

Angebot 8: Diagonalstern analog**Seite 12**

In Angebot 8 lernen die Kinder einen Algorithmus zum Zeichnen von Diagonalsternen (unterschiedlicher Zackenanzahl) kennen. Sie erfahren, dass bei Veränderung des Algorithmus durchaus unterschiedliche Diagonalsterne gleicher Zackenanzahl entstehen können. Es gibt sogar Sterne, die nicht in Teilfiguren zerfallen (und damit mit einem Ringgummi gespannt werden können, siehe Herausforderung in Angebot 7).

Angebot 9: Diagonalstern kreativ**Seite 13**

In Angebot 8 wird der Algorithmus zum Zeichnen eines ausgewählten Diagonalsterns angegeben. Das Einzeichnen der 12 Symmetrieachsen unterstützt das Erfahrungswissen aus Angebot 1. Hauptaufgabe ist wie in Angebot 6 die kreative Gestaltung des Sternenmusters durch Färben von im Stern auftretenden Vierecken. In einer möglichen Reflexion im Plenum kann untersucht werden, welche besonderen Vierecke gefunden werden können.

Forschungsblatt

Falte und schneide Faltschnitt-Sterne mit Hilfe der Anleitung. Bearbeite folgende Aufgaben.

1. Wie viele Zacken hat der Stern?

2. Wie viele Symmetrieachsen hat der Stern? Wie hast du überlegt?

3. Wie viele Zacken hat der Stern, wenn du insgesamt nur 3mal faltest? Wie viele hat er, wenn du 5mal faltest? Probiere es aus und beschreibe.

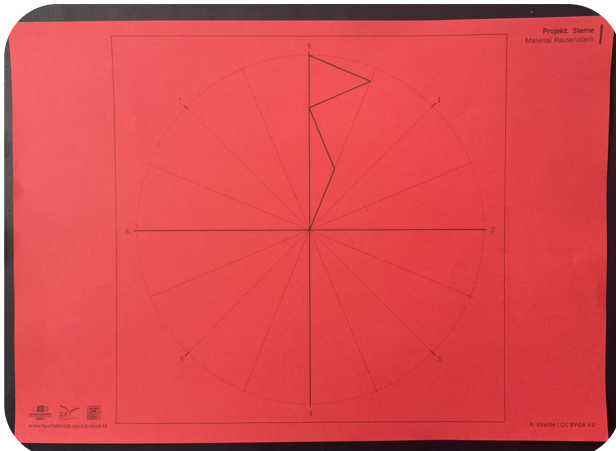
4. Du hast das Papier 4mal gefaltet. Der Stern hat jedoch mehr als 4 Faltlinien. Warum? Schreib deine Überlegungen auf.

Herausforderung: *Wie viele Zacken hat ein Stern, der 7mal gefaltet wird?*

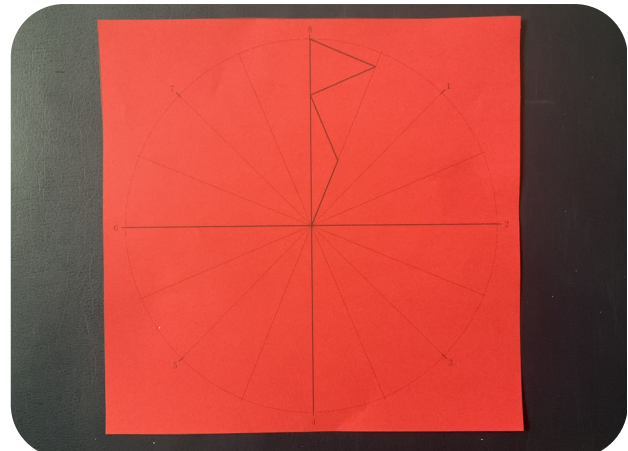
Rautensterne kleben

Schritt 1

Wähle eine Farbe und schneide die quadratische Vorlage aus.



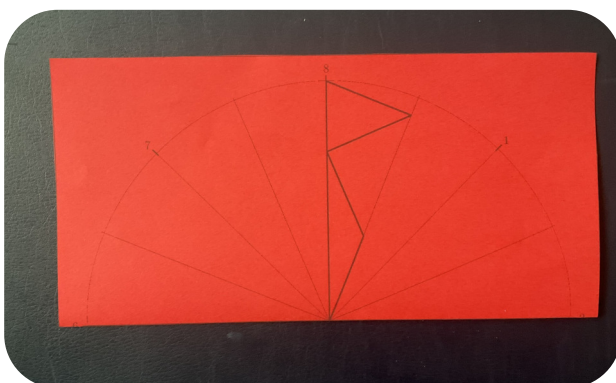
Material Rautenstern



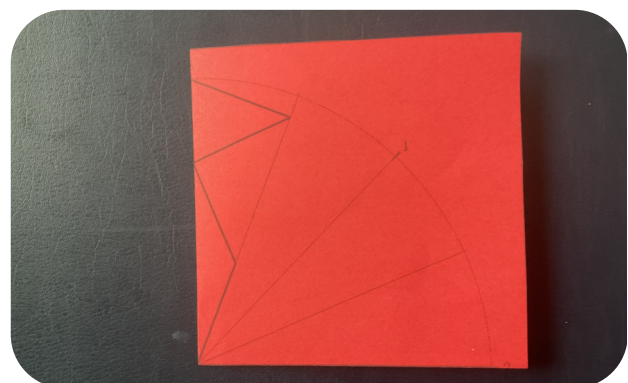
Quadratische Vorlage

Schritt 2

Falte das Quadrat Kante auf Kante an einer der fettgedruckten Linien. Falte das entstehende Rechteck erneut. Achte darauf, dass die Zickzacklinie (Schnittlinie) zu sehen ist.

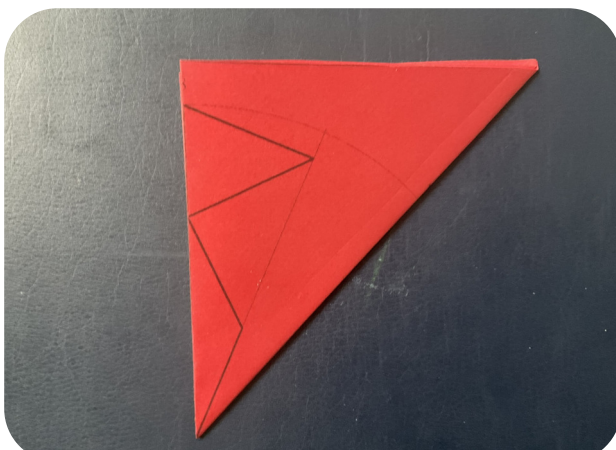


Rechteck



Gefaltetes Quadrat

Falte das gefaltete Quadrat an der hervorgehobenen Diagonalen und das entstehende Dreieck ebenfalls, sodass die Zickzacklinie die Vorderseite des gefalteten Dreiecks einnimmt.



Gefaltetes Dreieck



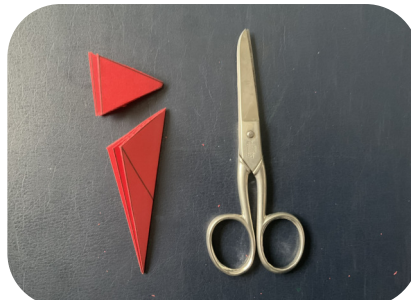
Dreieck mit Zickzacklinie

Schritt 3

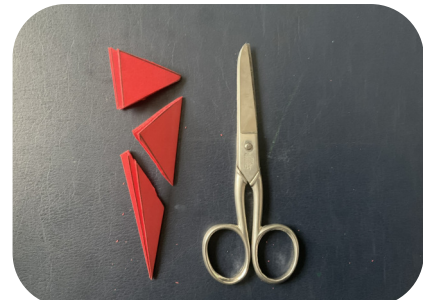
Schneide an der obersten Linie. Das abgeschnittene Papier benötigst du nicht mehr. Schneide nun an den anderen Linien. Es entstehen insgesamt 3 Faltdreiecke.



1. Schnitt



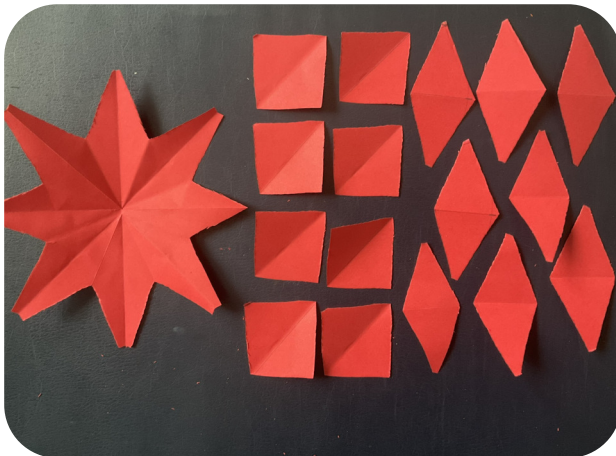
2. Schnitt



3. Schnitt

Schritt 4

Falte alle gefalteten Dreiecke auf. Führe die Schritte 1 bis 3 mit weiterem Papier durch. Du kannst auch die entstehende Sterne in Vierecke zerschneiden.



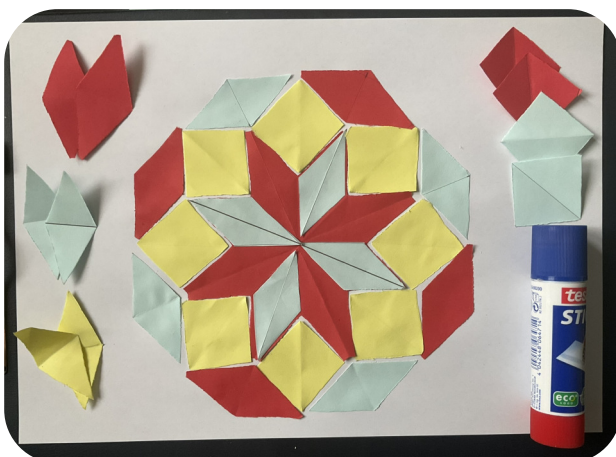
1 Stern und 16 Vierecke



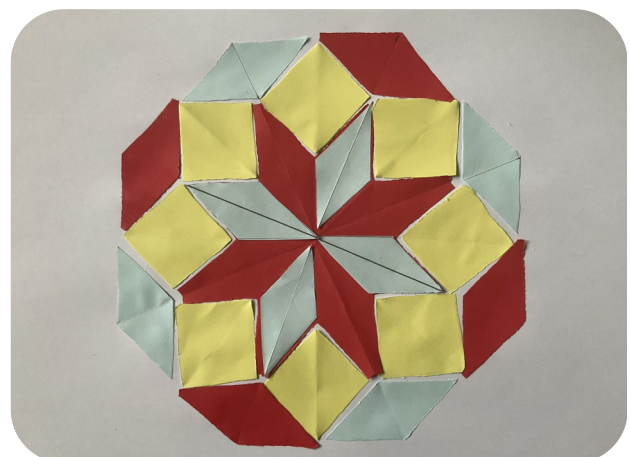
Sterne und Vierecke

Schritt 5

Klebe den Stern in die Mitte und die Vierecke auf und an den Stern.



Kleben



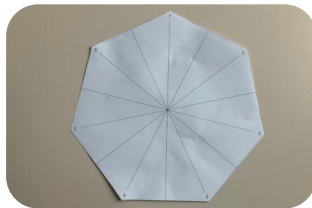
Fertiger Rautenstern

Das Muster besteht aus einem Stern sowie aus 16 Vierecken, jeweils 8 in zwei unterschiedlichen Vierecksformen.

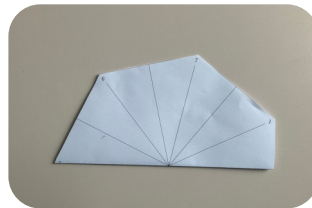
Faltschnitte mit Vielecken

Anleitung

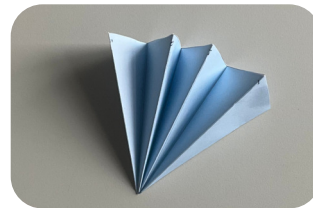
- (1) Wähle das Material 6eck-Papier oder 7eck-Papier.
- (2) Falte zunächst Kante auf Kante so, dass eine der schwarzen Linien eine Faltlinie wird.
- (3) Falte nun weiter so, dass alle weiteren schwarzen Linien Faltlinien sind.
Tipp: Falte wie eine Ziehharmonika.
- (4) Zeichne eine Linie von der nummerierten Ecke in das Blatt. Schneide entlang dieser Linie und falte dein Faltojekt auf.



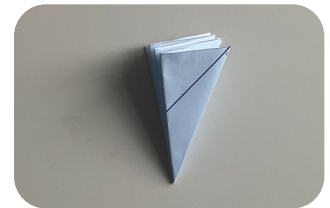
7eck-Papier



Erste Faltung



Ziehharmonika



Schnittlinie

Beantworte folgende Fragen.

1. Wie viele Zacken hat dein Stern, wie viele Symmetrieachsen hat er?

3. Wie musst du falten, damit dein Stern doppelt so viele Zacken bekommt?

4. Kannst du das von dir gewählte Papier auch so falten, dass dein Stern nur halb so viele Zacken hat? Probiere es aus und beschreibe.

Herausforderung: Nimm ein Origami-Papier und die Faltanleitung „Einen 5Zack-Stern falten“. Gelingt dir die Faltung eines Sterns mit 5 Zacken und mit 10 Zacken? Mache ein Beweisfoto.

Forschungsblatt

Anleitung

- (1) Starte die App **Pattern Shapes**.
- (2) Für das digitale Legen von Rautensternen benötigst du nur die Rauten. In der App gibt es drei verschiedene Rautenformen. Sie sind orange, blau und weiß.



Bearbeite folgende Aufgaben.

1. Lege mit 6 Rauten einen 6Zack-Stern. Lege mit 12 Rauten einen 12Zack-Stern. Gelingt es dir auch, mit 4 Rauten einen 4Zack-Stern zu legen? Trage zum Beweis die Schlüssel („Share a code“) in die Tabelle ein.

Stern	Schlüssel
6Zack-Stern	—
12Zack-Stern	—
4Zack-Stern	—

2. Baue einen Rautenstern mit 12 Zacken. Färbe jedes Stockwerk des Rautensterns in einer anderen Farbe. Trage für jedes Stockwerk einen Schlüssel in die Tabelle. Trage für jedes Stockwerk die Anzahl der Außenseiten des Stockwerk-Rautensterns ein.

Rautenstern	Schlüssel	Anzahl Außenseiten
1. Stockwerk	—	
2. Stockwerk	—	
3. Stockwerk	—	
4. Stockwerk	—	
5. Stockwerk	—	

3. Markiere besondere Vielecke in ausgewählten Stockwerken des Rautensterns. Trage die Schlüssel als Beweis ein.



—	—
—	—

Forschungsblatt

Anleitung

- (1) Wähle ein Rauten-Set aus: **gelb** (2 verschiedene Rautenformen), **grün** (4 verschiedene Rautenformen) oder **weiß** (5 verschiedene Rautenformen).
- (2) Baue einen Rautenstern mit jeweils allen Rauten einer Farbe. Beginne in der Mitte. Lege zunächst einen Stern mit einer Rautenform. Lege nun so viele Rauten einer weiteren Form an den Stern, wie dieser Zacken hat.

Tipp: Sortiere die Rauten zunächst nach ihrer Form.

- (3) Mache ein Beweisfoto.

Beantworte folgende Fragen.

1. Welche Farbe hat dein Rautenstern?

2. Wie viele Zacken hat der zuerst gelegte Stern (erstes Stockwerk)?

3. Wie viele Stockwerke hat dein Rautenstern?

4. Aus wie vielen Rauten besteht dein Rautenstern? Beschreibe, wie du gezählt hast.

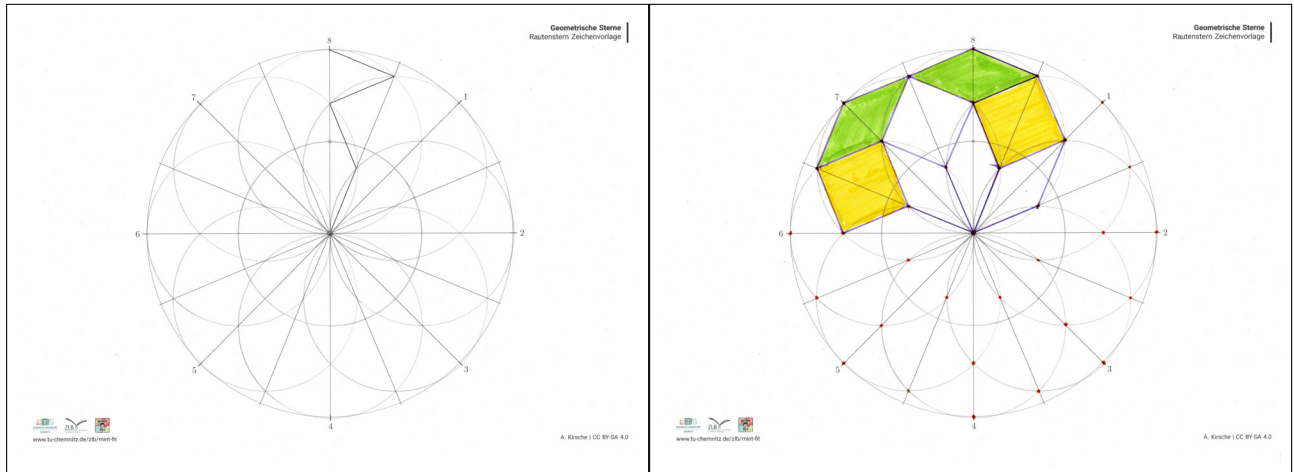
5. Gelingt es dir, mehrere kleine Sterne bzw. Rautensterne einer Farbe zu legen? Mache ein Beweisfoto. Beschreibe deine Figuren.

Herausforderung: Baue mit den Rauten einer Farbe eine eigene Figur. Mache ein Beweisfoto.

Einen Rautenstern zeichnen

Anleitung

- (1) Zeichne mit dem Zirkel zunächst den **Mittel-Kreis** auf das Arbeitsblatt. Der Mittelpunkt dieses Kreises ist der Mittelpunkt der Zeichenuhr. Der darüber liegende markierte Punkt ist ein Punkt des **Mittel-Kreises**.
- (2) Alle weiteren Kreise haben den gleichen Radius wie der **Mittel-Kreis**. Zeichne insgesamt acht Kreise. Der Mittelpunkt des jeweiligen Kreises ist ein Schnittpunkt des **Mittel-Kreises** mit einer der nummerierten Achsen.



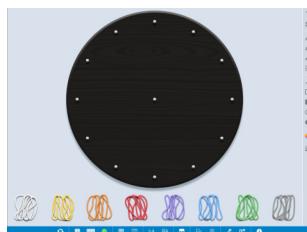
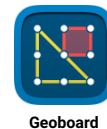
- (5) Markiere alle Kreisschnittpunkte der acht in (2) gezeichneten Kreise, die auf einer der Achsen liegen.
- (6) Verbinde alle Schnittpunkte so, dass ein Rautenstern entsteht.
- (7) Färbe den entstandenen Rautenstern.

Beschreibe das entstandene Farbmuster deines Rautensterns.

Forschungsblatt

Anleitung

- (1) Starte die App **Geoboard**.
- (2) Wähle das kreisrunde Geobrett mit 13 Stiften (12 Kreisstifte und 1 Mittelpunktstift).



Bearbeite folgende Aufgaben.

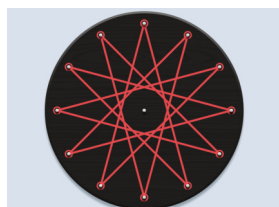
1. Spanne ein gleichseitiges Dreieck um 3 Kreisstifte. Spanne ein Quadrat um 4 Kreisstifte. Spanne weitere Vielecke (z.B. 6-Eck, 12-Eck). Trage den jeweiligen Schlüssel („Share a code“) in die Tabelle ein.

Figur	Schlüssel
Dreieck	—
Quadrat	—
	—
	—
	—

2. Spanne Sterne aus mehreren gleichen Vielecken (z.B. Dreiecke). Trage die Schlüssel deiner Ergebnisse hier ein.

—	—	—
—	—	—

Herausforderung: Spanne mit nur einem Ringgummi einen Stern mit 12 Zacken. Trage den Schlüssel als Beweis ein.

 —

Forschungsblatt

Anleitung

- (1) Wähle eine der Vorlagen „Zeichenuhr“: 12 Stunden, 15 Stunden oder 18 Stunden.
- (2) Verbinde mit Lineal und Stift jede 3. Stunde. Beginne bei Stunde 1 und zähle 3 ab. Auf diese Weise verbindest du Stunde 1 mit Stunde 4, Stunde 4 mit Stunde 7 und so weiter.
- (3) Verbinde mit Lineal und Stift nun jede 3. Stunde ab Stunde 2.
- (4) Gibt es noch Stunden, die nicht verbunden sind? Verbinde auch diese, indem du immer 3 abzählst.

Beantworte folgende Fragen.

1. Wie viele Zacken hat der von dir gezeichnete Stern? Wie viele Symmetrieachsen hat er?

2. Aus wie vielen Teilfiguren besteht der Stern? Wie sehen diese Teilfiguren aus? Male eine dieser Teilfiguren aus.

3. Verbinde nun jede 4. Stunde. Was für ein Stern entsteht? Was fällt dir auf?

Herausforderung: *Finde weitere Sterne. Male in jedem dieser Sterne eine Teilfigur aus.*

Zeichne dein eigenes Sternenmuster

Anleitung

- (1) Wähle die Vorlage „Zeichenuhr 12 Stunden (groß)“.
- (2) Verbinde mit Lineal und Stift jede 5. Stunde. Beginne bei Stunde 1 und zähle 5 ab. Auf diese Weise verbindest du Stunde 1 mit Stunde 6, Stunde 6 mit Stunde 11 und wenn du weiter abzählst, Stunde 11 mit Stunde 4. Zähle weiter ab bis jede Stunde Zacke des entstehenden Sterns ist.
- (3) Zeichne alle 12 Symmetrieachsen des Stern auf der Zeichenuhr ein.
Tip: Alle Symmetrieachsen gehen durch den „Mittelpunkt“ der Zeichenuhr.
- (4) Färbe Vierecke im Stern so, dass ein Muster entsteht.

Beschreibe das deinen Stern.

